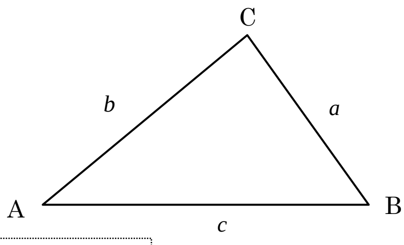
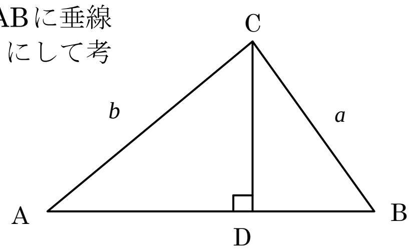
事例２	「正弦定理が分かる」ための指導の工夫

１　事例の概要

（１）正弦定理の指導について

平成 14 年度及び平成 17 年度に実施された高等学校教育課程実施状況調査の中で、正弦定理について、次のような問題が出題された。

> 正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$ を証明する授業で、まず右の鋭角三角形 ABC について、$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$ が成り立つことの証明の仕方を考えています。
>
> 
>
>
> 明さんは次のような考えを述べました。
>
> 右の図のように頂点Cから辺ABに垂線CD を引く。CD の長さをもとにして考えれば証明できると思う。
>
> 
>
>
> 明さんの考えを参考にして、鋭角三角形 ABC について $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$ が成り立つことの証明を□の中に書きなさい。

この問題の正答率（調査では通過率)、無答率は、右の表のとおりであった。両年度とも、全問題中、最も正答率が低く、最も無答率が高い問題であった。

	正答率	無答率
平成 14 年度	24.0%	61.9%
平成 17 年度	23.7%	63.7%

正弦定理については、証明をすることよりも、それを利用して計量問題を解決することが指導の中心であった。したがって、多くの学校でこの調査と同じような結果になることが予想される。しかし、このような状況では本当に「正弦定理が分かった」ことにはならない。また、正弦定理を使って、三角形の辺の長さや角の大きさを求めることができるだけでは不十分である。また、最近の生徒は、特に証明を苦手とし、自分の考えを数学的に記述することを苦手としている。そこで、数学的な表現力の向上と、正弦定理の理解を目指して、授業の実践に取り組んだ。

（２）正弦定理の学習における「分かる」指導について

正弦定理の学習で理解させたいことは、次のようにまとめることができる。

正弦定理の学習で「理解させたいこと」
- 三角形の辺と角との間には関係が成り立つこと
- 正弦定理は三角形の辺と角との間の基本的な関係であること
- 平面図形や空間図形の計量などに正弦定理を活用できること
- 正弦定理を三角形の決定条件と関連付けて活用できること

今回の取組では、特に「三角形の辺と角との間には関係が成り立つこと」を中心に指導の

工夫・改善に取り組む。正弦定理の指導では、なぜ成り立つのか、どうして成り立つのかを問うことよりも、正弦定理の使い方に重点が置かれていた。しかし、それだけでは、正弦定理の有用性を感じることはできず、問題を解くための１つの道具としか感じることができない。そこで、生徒自身に三角形の辺と角との間には関係があることに気付かせるとともに、成り立つ関係式を導かせることで、正弦定理の理解を深めさせたい。

２　指導計画

（１）単元「正弦定理」の計画

①単元の目標

図形の性質をもとに、三角形において正弦定理が成立することに気付かせ、その公式をイメージすることができるようにする。また、正弦定理を用いて、三角形の辺と角の関係を明らかにするなど、種々の問題の解決を通して、正弦定理が図形の計量の考察や処理に有用であることを理解させる。

②単元の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
Ⓐ1三角形の辺と角の間に成り立つ関係に関心を持つ。 Ⓐ2正弦定理などが図形の計量の考察に有用であることに気付き、活用しようとする。	Ⓑ1正弦定理を導く過程を考察することができる。 Ⓑ2正弦定理を導くために図形的な見方や考え方ができる。	Ⓒ1正弦定理を導くことができる。 Ⓒ2三角形の決定条件が与えられたとき、残りの要素を求めることができる。	Ⓓ1正弦定理の導き方を理解している。 Ⓓ2正弦定理を三角形の決定条件と関連付けて理解し、基礎的な知識を身に付けている。

③単元の指導計画

時　間	学　習　内　容	指導上の留意点	評価規準
第１・２時間 （実践例）	正弦定理の成り立ち ・三角形の辺の長さ （ワークシート１） ・三角形における辺の長さと角の大きさの関係（ワークシート２）	・中学校での学習、三角比の定義の学習をもとに個人演習に取り組ませる。 ・ワークシートを用いた活動から三角形における辺の長さと角の大きさの関係に気付かせる。	Ⓐ1、Ⓑ1、Ⓑ2、Ⓒ1、Ⓓ1
第３時間	正弦定理の証明と活用① ・鋭角、直角、鈍角における正弦定理の証明 ・正弦定理を活用した図形の計量問題①	・正弦定理の証明については、鋭角における証明を一斉指導し、直角、鈍角における証明は、個人で取り組ませる。 ・外接円の半径を含めた、簡単な図形の計量に取り組ませる。	Ⓑ1、Ⓒ2、Ⓓ2
第４時間	正弦定理の活用② ・正弦定理を活用した図形の計量問題②	・やや複雑な図形の計量に取り組ませ、三角形の決定条件と関連付けて三角形を解くことができるようにさせる。	Ⓐ2、Ⓒ2、Ⓓ2

（２）第１・２時間「正弦定理の成り立ち」の計画

①第１・２時間の目標

中学校での図形の性質、三角比の定義等を用いて、三角形の辺の長さを工夫して求めさせる。また、三角形の辺の長さと角の大きさの関係（正弦定理）に自ら気付き、数学的に表現することができるようにさせる。

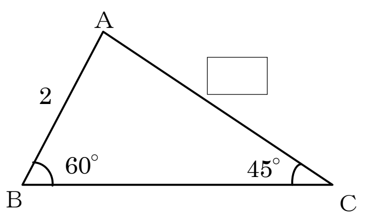
②第１・２時間の計画

	学習活動	学習のねらい	指導上の留意点
導入	辺の長さ、角の大きさが分かっている三角形の辺の長さを求める。（ワークシート１　問題１）	中学校で学習した図形の性質を利用して、三角形の辺の長さを求める。	特に指示は与えず、自由に考えさせる。その際、考え方も記述するように促す。
展開	三角形の１つの辺の長さを他の辺の長さと角の大きさを用いて表す。（ワークシート１　問題２）	辺の長さ、角の大きさが分かっていない三角形の辺の長さを記号を用いて表す。	問題１との違いに配慮させながら取り組ませる。ここでも、結果だけではなく、導いた過程も記述させる。
	三角形の辺の長さと角の大きさの計量（ワークシート２）	定規、分度器を用いて、円に内接する三角形の辺の長さと角の大きさを求める。	三角比の表を用いて、正弦の値を求めさせる。
	三角形の辺の長さと角の大きさの関係の考察（ワークシート２）	三角形の辺の長さと角の大きさの関係を推測する。	辺の長さと正弦の値との関係を自由に発想するよう促す。
まとめ	授業の振り返り		振り返りシートを用いて授業の振り返りを行わせる。

③教材（ワークシート）

ｉ）ワークシート１（三角形の辺の長さを求めよう）

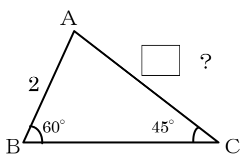
問題１では、右の図の△ＡＢＣにおいて、辺の長さを求めさせる。具体的にヒントを与えることなく、自由な発想を促し取り組ませたい。修正する場合は、最初に書いたものは消すことなく、付け加えるように指示をする。



問題２では、文字を用いて辺の長さを求めさせる。具体的な数値が与えられたときと、そうでない場合の違いについて考えさせる。

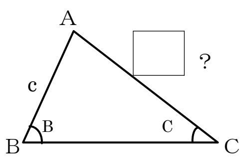
数学Ⅰ第３章　図形と計量　＜１＞正弦定理　～三角形の辺の長さを求めよう！～　ワークシート１

問題１　下の図のような△ＡＢＣにおいて、ＡＣの長さ（ｂ）を求めてみよう。



解）

問題２　一般的な△ＡＢＣにおいて、ＡＣの長さ（ｂ）をｃ、Ｂ、Ｃを用いて表してみよう。



解）

ⅱ）ワークシート２（三角形の辺の長さと角の大きさの関係を考えよう）

三角形の辺の長さと角の大きさとの関係を考えさせるために、直径 10cm の円に内接し、１辺（BC）の長さが 1cm～10cm までの三角形をかかせ、角の大きさを測定し、その値をもとに考察させる。生徒には、次のような手順で作業させる。

作業１
直径（10cm）を１辺とする三角形をかき、角Ａの大きさを考察させる。

⇩

作業２
１辺が 8cm の三角形をかき、角Ａの大きさを測定させる。

⇩

作業３
作業２と同様にして、１辺が 6cm、4cm、2cm の三角形をかき、角Ａの大きさを測定させる。

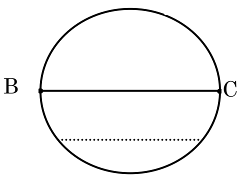
⇩

作業４
作業３までの結果をもとに、$a=1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9$ それぞれのときの sinA のおよその値を予想して、表に記入させる。

作業を通して、得られたことをもとに a と sinA の関係を考えられる限り記入させ、その後の議論につなげたい。

数学Ⅰ第３章　図形と計量＜１＞正弦定理　～三角形の辺の長さと角の大きさの関係を考えよう！～　ワークシート２

●△ＡＢＣにおいて、辺の長さとその対角の正弦（サイン）の関係（a と sinA の関係）を考えてみよう。



a (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										
sinA										

●左図の円は直径 10cm の円である。下の順に指示に答えなさい。

■作業１
$a=10$ である。円に内接する△ABC を作図しなさい。A の角の大きさは何度であるか。また、sinA を求め、表に記入しなさい。

■作業２
$a=8$ となるように、円に内接する△ABC を作図しなさい。（点線が $a=8$ である。）∠A の角の大きさを分度器で測り、sinA を三角比の表から調べ、小数第２位までを表に記入しなさい。

■作業３
$a=6,\ 4,\ 2$ のときも作業２と同様に円に内接する△ABC を作図し、表に記入しなさい。(sinA は小数第２位までの値)

■作業４
$a=1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9$ それぞれのときの sinA のおよその値を予想して、表に記入しなさい。（小数第１位までの値）記入したら、予想があっているか１ヶ所だけ確認しよう。

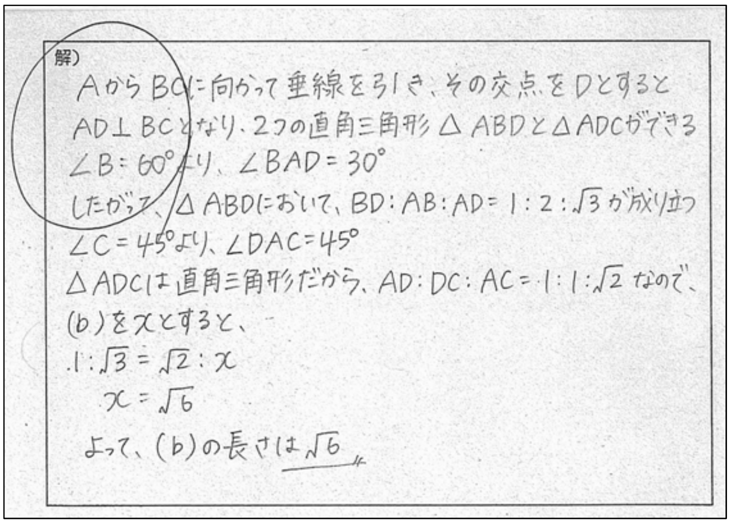
【考えてみよう】a と sinA の関係をできるだけ多くかいてみよう。

3　授業記録

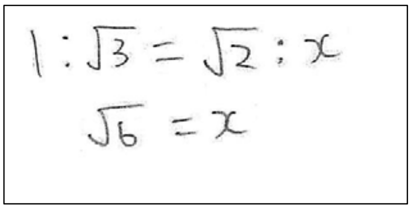
（１）三角形の辺の長さの考察①（問題１）

生徒の主な解答

ワークシート１を配布し、時間を 10 分程度かけて、生徒に自由に取り組ませた。多くの生徒が、A から垂線を下ろし、直角三角形の辺の比を用いて AC の長さを導くことができた。１割程度の生徒の鉛筆が止まっていたので、机間指導しながらヒントを与えたところ、取り組むことができた。表現力に差があり、数字の羅列に終わってしまう生徒から、丁寧に説明しながら解答する生徒までいた。右は、特に丁寧に説明が示されている生徒とそうでない生徒の解答である。



解）
AからBCに向かって垂線を引き、その交点をDとすると
$AD \perp BC$となり、2つの直角三角形$\triangle ABD$と$\triangle ADC$ができる
$\angle B = 60^\circ$より、$\angle BAD = 30^\circ$
したがって、$\triangle ABD$において、$BD : AB : AD = 1 : 2 : \sqrt{3}$が成り立つ
$\angle C = 45^\circ$より、$\angle DAC = 45^\circ$
$\triangle ADC$は直角三角形だから、$AD : DC : AC = 1 : 1 : \sqrt{2}$なので、
(b)をxとすると、
$1 : \sqrt{3} = \sqrt{2} : x$
$x = \sqrt{6}$
よって、(b)の長さは$\sqrt{6}$



$1 : \sqrt{3} = \sqrt{2} : x$
$\sqrt{6} = x$

問題１の確認終了後に、問題２に取り組ませた。各自で取り組ませる前に、問題１との違いを確認した。すぐに、「辺の長さや角の大きさが具体的に分かっていない。」ことに気付いたので、値が決まっていないと、どのようなよいことがあるのか、また、どのような不都合があるのかを考えさせた。そのときの生徒とのやりとりは、以下のとおりであった。

教師：「辺の長さや角の大きさが具体的に分かっていない。」という意見がありましたが、分かっていないことで、どんなよいことがあるでしょうか。また、どんな不都合なことがあるでしょうか。
Ａ：よいことはあるのかな？よくないことは、さっきの問題のように 60°の直角三角形や 45°の直角三角形がないので、辺の長さが分からないから求めるのが大変かもしれない。
教師：他の人はどうでしょう。
Ｂ：確かに、60°や 45°が分からないと辺の長さが分からないと思います。
Ｃ：そうか、分かった！60°や 45°という角が分からないということは、デメリットでもあるけど、もし、これで求めることができれば、どんな三角形でも辺の長さを求めることができるということじゃないかな。
教師：なるほど。
Ｂ：そうか、そう考えれば、いいのか。デメリットだけじゃないんだね。
教師：そうですね。辺の長さが分からない、角の大きさが分からないことは、辺の長さを求めることについては、大きなデメリットですね。先ほどの問題は、60°、45°という特殊な角だったので求めることができました。しかし、文字で表すことができれば、一般化されるので、どんな場合でも求めることができるようになるはずですよね。この場合、それがメリットになるはずです。では、問題２に取り組んでみましょう。今話したように、60°、45°という特殊な場合ではありません。しかし、問題１は問題２の解決のための大きなヒントになるはずです。今まで学んだ知識を使って、解決してみてください。

最後は、教師がまとめることになったが、一般化するメリットに自分たちで気付き、自分自身の言葉で表現することができた。

（２）三角形の辺の長さの考察②（問題２）

ワークシート１の問題２に取り組ませた。問題１と同様に 10 分程度時間を取った。多くの生徒は、問題１と同様に、頂点Ａから辺 BC に垂線を下ろしていたが、そこから先がなかなか進まず、試行錯誤を繰り返していた。そこで、既習事項である三角比を、「直角三角形における角の大きさと辺の長さの関係」として紹介した。すると、数名の生徒が三角比を用いて辺の長さを表すことに気付き始めた。ほぼすべての生徒が結論を導けた段階で、２名の生徒に発表させた。発表した生徒のワークシートの記入内容は、以下のとおりである。

生徒Ｄの解答

解) AからBCに垂線をひき交点をDとする

$\sin B = \dfrac{AD}{c}$

$AD = c \cdot \sin B = CD$ とする

よって

$\cos C = \dfrac{c \cdot \sin B}{AC}$

$AC = \dfrac{\cos C}{c \cdot \sin B}$

生徒Ｅの解答

解) $AC = b$ とする．AからBHに垂線を引き交点をHとする．

△ABHにおいて $\sin B = \dfrac{AH}{c}$ より

$AH = (\sin B) \cdot c$

また $\sin C = \dfrac{AH}{b}$ より　$AH = (\sin C) \cdot b$

よって $(\sin B) \cdot c = (\sin C) \cdot b$

$b = \dfrac{c \sin B}{\sin C}$

生徒Ｄの解答、生徒Ｅの解答の順に説明させ、解答の違いについて他の生徒に意見を求めた。そのときの生徒の発表内容は、以下のとおりであった。

教師：では、Ｄくん、説明してくれるかな。

Ｄ：はい、先ほどの問題と同じように、Ａから BC に垂線をひき、その交点をＤとしました。そうすると、△ABD は直角三角形なので、$\sin B = \dfrac{AD}{c}$ とかけます。そうすると、両辺に c をかけると、AD＝c･sinB になります。これは、図を見ると分かるように、CD と同じになります。今度は、△ACD で考えると、これも直角三角形なので、AC と CD と角 C の関係はコサインだから、$\cos C = \dfrac{c \cdot \sin B}{AC}$ となります。この式で、AC を移項して、cosC を移項すると、$AC = \dfrac{\cos C}{c \cdot \sin B}$ となります。

教師：はい、ありがとう。直角三角形における辺の長さと角の大きさの関係である三角比を使って、AC を c、B、C で表してくれました。みんなも気付いたと思いますが、三角比を使うと一般的な場合でも表現することができそうですね。しかし、こちらに書いてもらったＥさんの解答と比べると、結果がちょっと違うね。何が違うんだろう。では、まずは、Ｅさんの説明も聞いてから、その違いについて考えてみましょう。では、Ｅさんお願いします。

Ｅ：はい、私もＤくんとほとんど同じように考えていきました。頂点Ａから垂線を引き、交点を H としました。△ABH は直角三角形なので、$\sin B = \dfrac{AH}{c}$ となります。そうすると、AH＝(sinB)･c になります。△ACH も直角三角形なので、$\sin C = \dfrac{AH}{b}$ となります。そうすると、AH＝(sinC)･b になります。両方とも、AH の長さなので、同じものだから、(sinB)･c＝(sinC)･b となるので、結局 $b = \dfrac{c \cdot \sin B}{\sin C}$ となりました。

教師：はい、ありがとう。同じように考えていきましたが、途中からＤくんとはちょっと違っていましたね。では、やってもらった２つの解答の違いについて考えていきましょう。

教師：最初に、誰か発表してくれませんか。 Ｆ：私は、Ｅさんと同じように考えましたが、Ｄくんの解答との違いは、Ｄくんはコサインを使ったところだと思います。 教師：そうですね。Ｅさんの解答はサインだけが出てきますが、Ｄくんの解答にはコサインがありますね。どうしてでしょう？Ｇくんどうですか？ Ｇ：どちらもあっているような気がするんですが、答えが違うからどちらかが間違っているんですよね。Ｄくんの解答にコサインが出てきたのは、△ACD で CD を使ったからですよね。Ｅさんのは、AH だけだし…。 Ｈ：そうか、CD を使ったからコサインが出てきたんだ。でも、それだと間違っているのかな。 Ｄ：わかった。ぼくが間違えました。 教師：Ｄくん自身が気付きましたね。他の人はどうでしょう。Ｄくんのどこが間違っているんでしょうか？ Ｉ：はい！Ｄくんは、AD の長さと CD の長さが同じだとしていますが、それは、さっきの 45°の時だと成り立ちますが、今度は∠Ｃは 45°とは限らないので、AD＝CD にはならないと思います。 教師：Ｄくんそれでいいかな。 Ｄ：はい、三角形を見て AD と CD が同じ長さだと思ってしまいました。確かに、45°じゃないと同じ長さにならないんですよね。そこで間違えました。

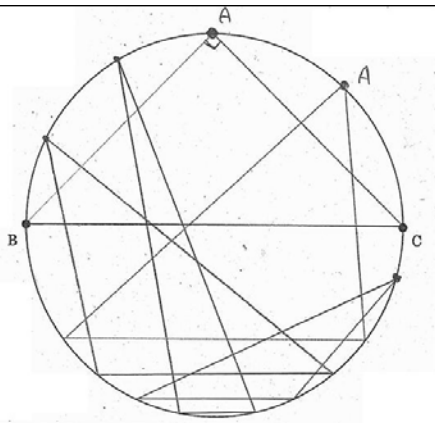
問題２は、正弦定理の接続として重要な内容であるので、２つの解答をそれぞれ発表させ、その違いについて考えさせた。当初は困惑していたが、徐々に考える視点に気付き、間違えた原因を追及することができた。生徒Ｄ自身が、最初にその間違えに気付いたが、それを他の生徒に発表させることで、すべての生徒が共有できるように配慮した。

（３）三角形の辺の長さと角の大きさの計量

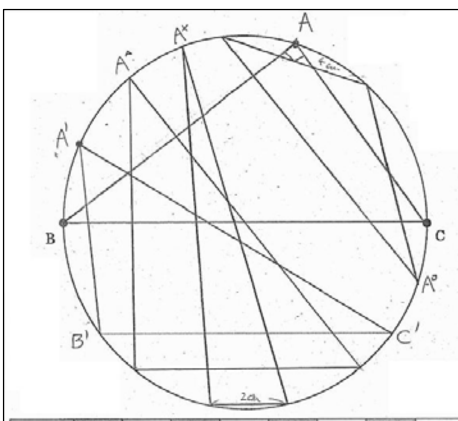
ワークシート２を配布し、作業内容、作業方法の説明をしてから、各自で作業に取り組ませた。特に、最後の作業４である、a＝1，3，5，7，9 それぞれのときの sinA の値を予測することが重要であること伝えた。15 分程度の時間ですべての生徒が作業３まで終了した。

辺の長さの取り方は生徒によって違うので、できた三角形も様々であった。生徒が記述したワークシートの主なものは、次のとおりである。

生徒の主な解答



a (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A		12°		25°		39°		54°		90°
sinA	0.1	0.20	0.3	0.42	0.5	0.62	0.7	0.80	0.9	1



a (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A		13°		23°		37°		53°		90°
sinA	0.1	0.23	0.3	0.39	0.5	0.60	0.7	0.80	0.9	1

その中で、辺の長さ、角の大きさの測定については、誤差が生じることは予測していたが、角度の誤差についてはおおむね4°程度であり、sinAの値に大きな違いはなかった。授業後にワークシート２を回収して確認したところ、a＝2，4，6，8，10のAの大きさとsinAの値については、次のようになった。

	a＝2のとき	a＝4のとき	a＝6のとき	a＝8のとき
Aの大きさ	12°，13°，14°	23°，24°，25°	36°，37°，38° 39°	52°，53°，54°
sinAの値	0.20，0.21，0.23	0.39，0.41，0.42	0.59, 0.60, 0.61, 0.62	0.79，0.80，

授業では、測定には誤差があることを伝え、sinAの値は、おおむね0.2，0.4，0.6，0.8であることを確認した。その後、a＝1，3，5，7，9の値を予想させた。すべての生徒が、0.1，0.3，0.5，0.7，0.9と予想することができた。

その予想をもとに、aとsinAの関係の考察を促した。２～３分程度で多くの生徒が、次のように１つあるいは２つ程度は、その関係を自分の言葉で表現することができた。

生徒の主な記述

◎aが1,2,3…となるとき
sinAは0.1,0.2,0.3…となる。
◎sinAとaは常に+(プラス)。

。aの値が大きくなるとsinAの値も大きくなる。
。比例

aの長さの10分の1が大よそsinAの値

「aの値が大きくなるとsinAの値も大きくなる」や「比例の関係になっている」など、具体的な数値で表現することができなかった生徒も、その関係については気付くことができた。そこで、別の生徒に確認したところ、「aの長さの10分の1がsinAの値」と示したり、中には、「sinAの値は$\frac{a}{10}$になる」と表現したりする生徒がいた。aの値に対するsinAの値を考えさせたので、多くの生徒はsinAが主語となった解答であった。また、10が外接円の直径であることに気付いた生徒はいなかった。そこで、生徒の解答を生かしながら、さらに、問題２との関連を図りながら、生徒の意見を引き出した。そのときの授業の様子は以下のとおりであった。

教師：さて、aとsinAの関係は、今発表してもらったように、「比例の関係になっている」こと、さらに、「sinAの値は$\frac{a}{10}$になる」ということでした。では、この関係を式で表したらどうなるでしょうか。Ｊくん、どうかな？

Ｊ：はい、sinAの値は$\frac{a}{10}$になるので、sinA＝$\frac{a}{10}$となると思います。

教師：そうですね。もうほとんど式になっているようなものでしたけど、式で表すと、sinA＝$\frac{a}{10}$になりますね。

教師：では、この 10 は何でしょうか？10 という数字はどこから出てきたのでしょうか？
K：円の直径が 10cm だったから、その 10 だと思います。
教師：ということはどういうことかな？
L：円の直径が 5cm だったら、sinA＝$\frac{a}{5}$になるのかな。
教師：L くん、なかなかいいところに気が付いたね。みんなはどう思いますか？
M：90°で考えると、この 10 は円の直径だから、きっと、円の直径が変わると、この値も変わっていくと思います。
N：そうか、そうすると sinA の値は、辺の長さと外側の円の直径で決まることになるんだね。
教師：なかなかおもしろい発想だね。外側の三角形というのは、三角形の外接円と呼ぶんだよね。外接円という言葉を使って、さらに、直角三角形におけるサインの定義と比べるとどう言えるかな。
M：直角三角形の時は、その直角三角形の辺の比でサインの値を求めることができたけど、普通の三角形の時は、辺の長さと外接円の直径で決まるということですか。
O：直角三角形の時も、結局、斜辺は外接円の直径になるから、サインは辺の長さと外接円の直径で決まるということになるんだよ、きっと！
教師：みんなで、三角比の定義を作っちゃったね。いいよ！他に何か気付いたことはないかな。
L：今は、A で考えたけど、B や C でもできるのかな。
M：サインは、辺の比と外接円の直径で表すことができるのであれば、B や C でもできるはずだよね。
L：とすると、sinB＝$\frac{b}{10}$になったり、sinC＝$\frac{c}{10}$になったりするということかな。
教師：すごい、すごい。新たな定義だね。では、もう少し一般化して、外接円の直径が $2R$ だとしたらどうなりますか。
O：それは、sinA＝$\frac{a}{2R}$や、sinB＝$\frac{b}{2R}$や、sinC＝$\frac{c}{2R}$になるということだよね。でも、直径はなぜ R ではなくて、2R なんですか？
教師：みんなは、円周の長さや円の面積の公式はどういう形で覚えている？
O：そうか、$2\pi r$ や πr^2 か。直径じゃなくて、円は半径を考える方がいいのか。
教師：この３つの式を見比べると何か分からないかな。P さん、どうだろう？
P：よく分かりませんが、全部に R が入っているということですか？
教師：そうだね。では、これらの式をすべて $2R$ について解いてみてください。そこから何か分からないかな。時間を少し取りますので考えてみてください。
Q：全部の式が $2R=\frac{a}{\sin A}$、$2R=\frac{b}{\sin B}$、$2R=\frac{c}{\sin C}$ になったぞ。で、なんだ？
R：そうか、R を使わなくても、$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$ と書けるということですか？
教師：そうだ。導くことができたぞ！それが、正弦定理と言われるものなんです。

教師の誘導が多いやりとりであったが、正弦定理の式を導くためには致し方なかった。しかし、考察していく中で、生徒自身が、外接円の直径を使って三角比を定義し直したり、他の角への適用を考えたりすることができたのは、大きな収穫であった。教師が示したものを覚えるだけの正弦定理の学習ではなく、生徒自身が気付きを通して学んだ正弦定理であるので、生徒の印象に強く残ったのではないかと思われる。

この後、正弦定理について再度まとめ直した。さらに、問題２を振り返り、そこで導いた $b=\frac{c\cdot\sin B}{\sin C}$ について、この式が正弦定理の式であること、さらに、そのことで外接円の直径

が分からなくても、１つの三角形の中で辺の長さや角の大きさを求めることができることを確認した。

（４）振り返りシートによる授業の評価

２時間の授業の最後に、振り返りシートの記入を行った。実施人数は、３クラス 106 名である。数値による質問の集計結果は次のとおりであった。

質問項目		4　あてはまる	3　だいたいあてはまる	2　あまりあてはまらない	1　あてはまらない
1	正弦定理が理解できましたか。	21(19.8%)	62(58.5%)	19(17.9%)	4(3.8%)
2	正弦定理を導く過程に興味関心をもちましたか。	18(17.0%)	51(48.1%)	27(25.5%)	10(9.4%)
3	活動を伴う授業は、おもしろいと思いましたか。	43(40.6%)	48(45.3%)	10(9.4%)	5(4.7%)
4	活動などを通して法則性を発見しそれを実証していくことが数学の授業の中で大切であると思いましたか。	44(41.5%)	53(50.0%)	4(3.8%)	5(4.7%)
5	分かった（なるほど）と思う場面が何度かありましたか。	36(34.0%)	48(45.3%)	16(15.1%)	6(5.7%)
6	今日の授業に満足していますか。	38(35.9%)	55(51.9%)	9(8.5%)	4(3.7%)

この結果から、約 80%の生徒が「正弦定理を理解した」と認識できた。また、活動を伴う授業のおもしろさ、大切さについては、90%程度の生徒が肯定的に捉えていること、さらに、それに伴って、授業の中で「分かった」と思う場面があり、授業に満足していることが読み取れる。生徒が主体的に活動し、そして、生徒同士の意見の交換の中で数学の定理や性質を自分たちで導き出したことが、「分かった」ことに結びついたと考えられる。

また、「正弦定理の授業で分かったこと」、「授業の感想」を自由記述で記入させた。数値による質問事項の結果を裏付ける記述がとても多く、生徒たちの感想がこの授業のすべてであると感じた。同じような内容の記述があるので、両方をまとめて紹介する。

○問題２と正弦定理との関わりが分かった。

2つめの問題と公式に関連があることがわかったとき、すっきりしました。実際に角度を測ったりして実証することで、よりいっそう理解が深まったと思います。

最初円で考えていた正弦定理が問題2の三角形でもあてはまるのがわかりすごいなと思いました。

○正弦定理がよく分かった。

定理だけを覚えるのでなくこの授業のようになんでこのような定理になるのかということを理解してからのほうが分かったという気持ちが大きくなるということが分かった

正弦定理の楽しさが分かった。
問題2であまり面白くもなくつまらなかった $b=\frac{c\sin B}{\sin C}$ の値がすべてここでつながれるところがとてもきれいで楽しかった。
数学の楽しさはこういう所にあると思った。

正弦定理を導くうえで、辺や角の関係があって成り立っているということや式を変形したり共通点や規則性を見つけることによって思考の範囲が広がるということが分かりました。

○授業がおもしろかった、楽しかった。

聞いているだけよりも、実際にやって自分で考えた方が分かりやすいと思いました。

今まで学んだことを利用して問題を解いたが、それがこれから習っていく内容にも関わっている（つながっている）ということが改めてわかった。
そう考えると、数学は思ったよりも単純…？かもしれないと感じた。

定理を説明されるだけではなく、自分で解いていくことによって、いつもよりも意味がわかりやすかった。
作図をしたり、予想を立てたりしたので、普段の授業よりも楽しかった。

○数学のおもしろさ、楽しさを実感できた。

ただ単に、定理だけを学習するよりも、実際に、その定理を実証しながら学習した方が、授業をより楽しくできて、その単元（定理）に関心・興味を持てて、そして何より、頭によく入る。だから、この授業は良いと思う。

sin A と a の関係をみつけたとき、すごくうれしかったし、「法則っておもしろい」と改めて感じました。

定理の成り立ちの過程を考えることもおもしろいことなんだなぁと思った。

4　実践を振り返って

日頃の様子と違って意欲的に学習に取り組む生徒の姿を見て、実践の手応えを感じた。普段はおとなしく、あまり自分の意見を言わない生徒たちが、活発に自分の考えを述べていた。また、納得した表情で、うなずく生徒が多かった。振り返りシートに記述された生徒の感想を読

んでもそれらを実感できた。

一方的に定理やその使い方を示され、問題を解き、解法を身に付けていくだけでは、生徒は「分かった」と実感することは難しい。授業が分かるためには、生徒自身が考え、表現することが重要である。

この取組では、問題２において、生徒自身が解答の誤りを考えた。間違えることに不慣れな生徒は、間違ったことを発表したくないと感じることが多い。しかし、授業の中で間違うことは、効果的な学習であることを実感させ、そのような場面を随所に設定していく必要がある。また、活動を通して得られたデータから数学的な性質を導いたり、その性質から定理を導いたりすることは、その定理の理解に大きく影響する。振り返りシートの中に「定理の成り立ちの過程を考えることはおもしろいことなんだなぁと思った。」との感想があった。普段は、定理の証明をあまり好まず、問題の解き方だけに固執していた生徒が多かったが、それは、指導の在り方に課題があったことになる。定理の成り立ちの過程を生徒自身が考察することで、定理が分かり、興味を抱き、おもしろさを感じる。そのことによって、数学の授業、数学そのものへの興味・関心を高めることになる。

＜参考文献＞

高等学校学習指導要領解説　数学編・理数編　文部科学省　平成 11 年 12 月
高等学校学習指導要領解説　数学編　文部科学省　平成 21 年 7 月