事例１　「不等式の解き方が分かる」ための指導の工夫

１　事例の概要

（１）不等式の指導について

不等式の学習は、平成 14 年の学習指導要領の改訂の際に、中学校から高等学校へ移行された。1 次不等式を指導するようになって平成 21 年度で 7 年になるが、指導の成果が上がらず、不等式を苦手とする生徒は、年々増えているように感じる。そこで、不等式の指導の在り方を見直し、生徒が「分かった」と実感できる授業の実践を目指して取り組んだ。

不等式の学習は、教科書会社によって多少の前後はあるが、おおむね右のような流れで進む。

「不等式」の学習の流れ

１次方程式の解法（中学校の復習）

↓

不等号と不等式

↓

不等式の性質

↓

１次不等式の解法

↓

１次不等式の活用

授業をしていて毎年説明に苦しむところは、不等式の性質は数の大小関係を表す不等号（不等式）に対するものであるにもかかわらず、範囲を表す不等式（１次不等式）にその不等式の性質を適用するところである。不等式の性質は、多くの教科書では、数直線を用いての説明や、具体的な数字を用いての説明であることが多く、そのため、生徒も直感的な理解が深まる。しかし、１次不等式の解法では、数の大小関係ではなく範囲を表す不等式であること、すなわち、式の中に x が含まれることから、不等式の性質と同じように数直線を用いて説明することが困難であり、そのため、イメージが湧かずに苦労する生徒が多い。特に、不等式の両辺に負の数をかけたり、両辺を負の数で割ったりすることを忘れてしまうことが多い。何とかしてイメージを持たせるために、図を用いて説明しても、逆に分かりにくくなってしまうことが多かった。

生徒は、数の大小関係を表す不等式と範囲を表す不等式の理解に壁を感じており、それが障害となって、不等式を苦手と感じている。そこで、この２つの不等式の関係に配慮しながら、不等式の性質と１次不等式の解法をスムーズにつなげるための指導計画を作成した。また、不等号と不等式の指導の際には、「高等学校教科指導の充実　『範囲の概念』の形成を促す指導の工夫」（栃木県総合教育センター　平成 19 年 3 月）を参考に、範囲の考え方や範囲を表す不等式についての学習を進めることにした。

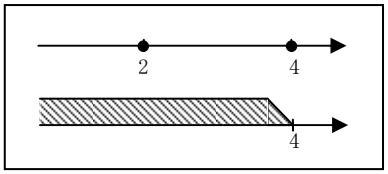
（２）不等式の学習における「分かる」指導について

不等式の学習で理解させたいことは、次のようにまとめることができる。

不等式の学習で「理解させたいこと」

- 数の大小関係を表す不等式と範囲を表す不等式の数直線上の表現の違い
- 範囲
- 不等式の式による表現、数直線による表現、言葉による表現の関係
- 不等式の中の文字の意味
- 不等式の解の意味
- １次不等式の解法
- １次不等式の解法にもとづく、不等式の性質
- 連立不等式の解の意味とその解法
- 不等式を活用すること

数の大小関係を表す不等式（例　$2<4$）と範囲を表す不等式（例　$x<4$）を数直線上で表現すると右図のようになる。不等式の理解を深めるためには、２つの不等式を数直線上に表現したときに違いがあることについて配慮するとともに、範囲の概念の形成を促しながら進める必要がある。このことが、前述した不等式の学習で「分かってほしいこと」のうちの「数の大小関係を表す不等式と範囲を表す不等式の数直線上の表現の違い」、「範囲」、「不等式の式による表現、数直線による表現、言葉による表現の関係」に相当する。



また、不等式の性質と１次不等式の解法についても、これらの関係を踏まえて、範囲を表す不等式としての性質として、不等式の性質を理解するとともに、不等式の解法を理解する必要がある。

さらに、不等式の表現方法、不等式の解の意味、不等式の解法を理解するとともに、不等式の性質の理解を踏まえて、連立不等式の解の意味とその解法を理解し、具体的な事象の考察にあたって不等式を活用することができるようにしたい。

２　指導計画

（１）単元「不等式」の計画

不等式の性質と１次不等式の解法の理解を深めるために、「不等号と不等式」の学習後に「不等式の性質」を学習するのではなく、１次不等式の解法を考える過程を通して、生徒自身に不等式の性質を導き出させることにした。そうすることで、不等式の性質が不等式を解く上で必要不可欠なことであることを実感させることができるとともに、その性質は生徒自らが導き出したものであることから、理解がより深まると考えられる。

①単元の目標

数の大小関係を表す不等式と範囲を表す不等式についての違いを理解させる。その上で、不等式の中の文字や不等式の解の意味、不等式の解法を理解させ、それらを活用できるようにさせる。

②単元の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
ⓐ1 数量の関係を不等式で表すことのよさをとらえようとする。 ⓐ2 具体的な事象の考察に１次不等式を活用しようとする。	ⓑ1 不等号の性質を等号の性質と対比してとらえることができる。 ⓑ2 １次不等式の解について、数直線と対比したり、いろいろな数値を代入したりして考察することができる。 ⓑ3 １次不等式の解き方を考察する過程で、不等式の性質を考察することができる。	ⓒ1 範囲を数直線、式、言葉で表現することができる。 ⓒ2 数量の関係を１次不等式で表現することができる。 ⓒ3 １次不等式を解くことができる。 ⓒ4 １次不等式の解を数直線上に表現することができる。	ⓓ1 範囲の数直線、式、言葉による表現を関連付けて理解している。 ⓓ2 不等式の中に含まれている文字の意味を理解している。 ⓓ3 不等式の性質を理解している。 ⓓ4 １次不等式とその解の意味を理解し、解を求めるための基礎的な知識を身に付けている。

③単元の指導計画

時　間	学　習　内　容	指導上の留意点	評価規準
第１時間	**１次方程式の解法** ・１次方程式の解について ・等式の性質について ・１次方程式の解法	・方程式の解、等式の性質については、不等式の解、不等式の性質との比較が可能となるように、丁寧に扱う。	
第２時間	**不等号と不等式** ・数の大小関係を表す不等式について ・範囲について ・範囲を表す不等式について	・言葉による表現、式による表現、数直線による表現を相互に関わらせることで、範囲を表す不等式についての理解を深める。 （「『範囲の概念』の形成を促す指導の工夫」P9～P13 参照）	Ⓑ②、Ⓒ①、Ⓒ④、Ⓓ①、Ⓓ②
第３・４時間 **（実践例）**	**１次不等式の解法と不等式の性質** ・両辺に同じ数を加えたり、両辺から同じ数を引いたりして解く不等式の解法と不等式の性質 ・両辺に同じ数をかけたり、両辺を同じ数で割ったりして解く不等式の解法と不等式の性質	・生徒の活動を中心にして、生徒自らが不等式の性質に気付き、内容を整理できるように配慮する。 ・不等式の性質は、等式の性質と比較検討するように促す。	Ⓑ①、Ⓑ③、Ⓒ③、Ⓓ③
第５・６時間	**１次不等式の活用** ・連立不等式の解法 ・１次不等式の応用	・数直線を利用して、連立不等式の解を視覚的に明らかにしながら解決を図る。また、１次不等式の応用では、実生活に即した題材を提供するとともに、生徒自身に問題作りに取り組ませ、理解を深める。	Ⓐ①、Ⓐ②、Ⓒ②Ⓓ④
第７時間	問題演習		Ⓒ③、Ⓓ④

＊１次方程式は単元「不等式」には含まれないが、不等式の学習とのつながりを考慮して、指導計画の中に含めた。

（２）第３・４時間「１次不等式の解法と不等式の性質」の計画

①第３・４時間の目標

１次不等式の解法を考察する過程で、不等式の性質を導くことができる。また、不等式の性質にもとづいた不等式の解法を理解することができる。

②第３・４時間の計画

学習活動		学習のねらい	指導上の留意点
導入	不等号と不等式の確認	前時の学習内容の定着度を確認する。	言葉による表現、式による表現、数直線による表現の相互関係を理解しているかどうか確認する。
展開	不等式の解法１ ・不等式の性質Ⅰ A＜B ↔ A＋C＜B＋C A＜B ↔ A－C＜B－C （ワークシート①）	不等式の解を考える過程を通して、不等式の性質Ⅰに気付くことができる。	個人による演習と４人程度のグループによる演習を設定し、気付いたこと、考えたことを協議し、グループとしての意見をまとめさせる。

	不等式の解法２ ・不等式の性質Ⅱ Ａ＜Ｂ　Ｃ＞0 ⟷ ＡＣ＜ＢＣ、$\frac{A}{C}<\frac{B}{C}$ （ワークシート②） 不等式の解法３ ・不等式の性質Ⅱ Ａ＜Ｂ　Ｃ＜0 ⟷ ＡＣ＞ＢＣ、$\frac{A}{C}>\frac{B}{C}$ （ワークシート③）	不等式の解を考える過程をとおして、不等式の性質Ⅱに気付くことができる。	個人による演習と４人程度のグループによる演習を設定し、気付いたこと、考えたことを協議し、グループとしての意見をまとめさせる。
	不等式の性質のまとめ	不等式の性質Ⅰ、Ⅱの確認をするとともに、不等式の性質を活用した不等式の解法の理解を深める。	不等式の解法１、不等式の解法２、不等式の解法３から得られた結果を不等式の性質としてまとめさせる。
まとめ	小テストと授業の振り返り	学習内容の理解度を小テスト、振り返りシートで確認する。	小テストを実施し、理解状況を把握するとともに、振り返りシートを用いて授業の振り返りを行わせる。

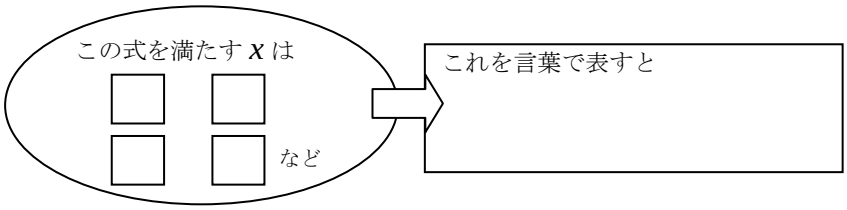
③教材（ワークシート）

ｉ）ワークシート①

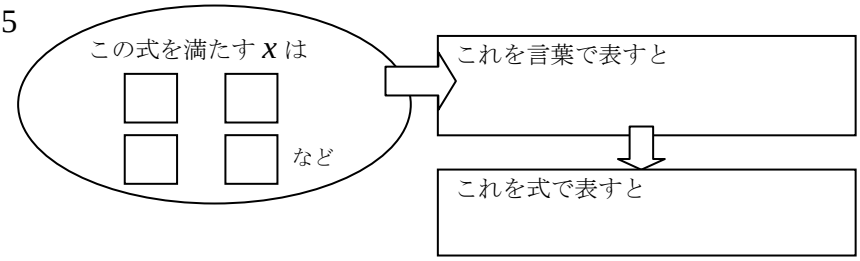
不等式ワークシート①　（不等式の解法１）　１年　　組Ｎｏ　　氏名

○次の不等式について考えてみよう。

$x \geqq 4$



$x+3 \geqq 5$



このように不等式を満たす x の値の範囲を求めることを、［　　］という。

問１　次の不等式を解いてみよう。

（１）$x+2 \geqq 6$　　（２）$x-1 \leqq 8$

○問１はどのように解きましたか。

○問１から、不等式を解く際にどのような性質があると思いますか。

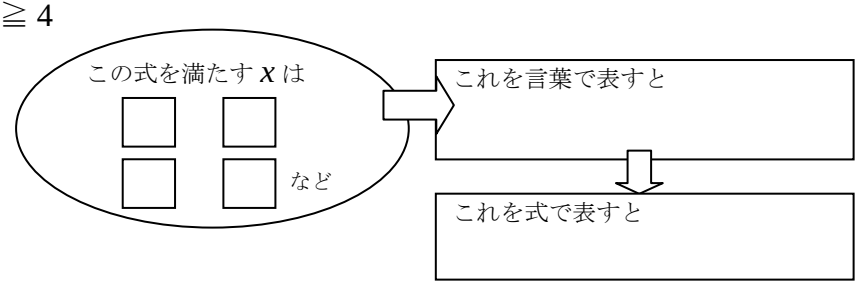
○問１のまとめ

ⅱ）ワークシート②

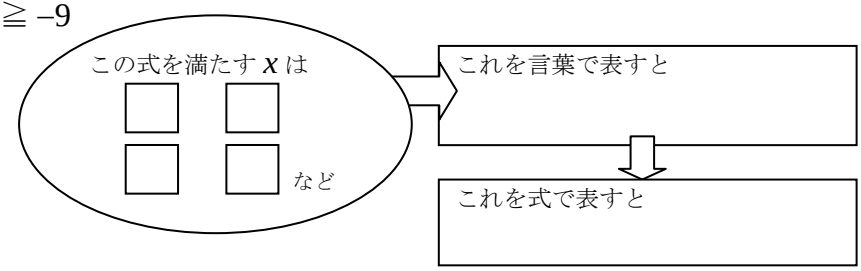
不等式ワークシート②　（不等式の解法２）　１年　　組Ｎｏ　　氏名

○次の不等式の解を考えてみよう。

$2x \geqq 4$



$3x \geqq -9$



○２つの不等式の解から分かることはどんなことですか。

問２　次の不等式を解いてみよう。

（１）$2x \geqq 6$　　（２）$5x \leqq 20$　　（３）$2x \geqq -6$

○問２から、不等式を解く際にどのような性質があると思いますか。

○問２のまとめ

ⅲ）ワークシート③

不等式ワークシート③　（不等式の解法３）　１年　　組Ｎｏ　　氏名

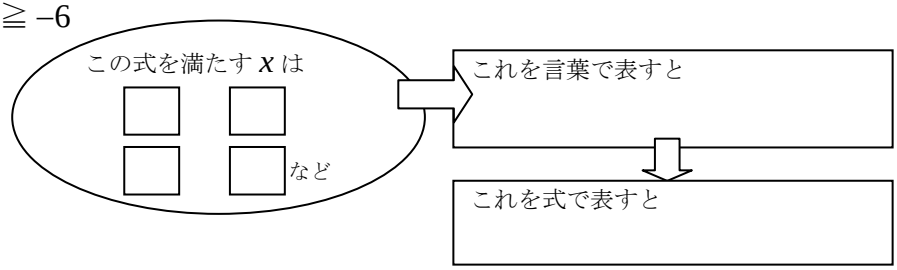
問３　次の不等式を解いてみよう。

$-2x \geqq -6$

○問３はどのように解きましたか。

○問３の解を考えてみよう。

$-2x \geqq -6$



○最初に解いた結果と、次に解いた結果の違いについて気付いたことを書いてみよう。

○問３から、不等式を解く際にどのような性質があると思いますか。

問４　次の不等式を解いてみよう。

（１）$-3x \geqq 6$　　（２）$-5x \leqq 20$　　（３）$-4x \leqq -8$

○不等式の性質のまとめ

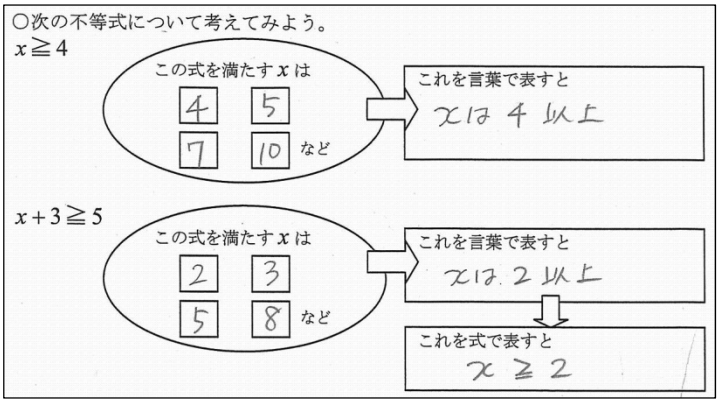
３　授業記録

（１）不等式の解法１

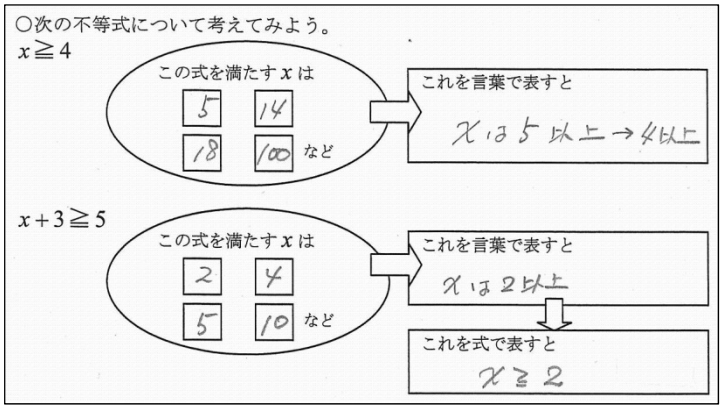
前時の学習内容である不等式を数直線上に表現すること、数直線上に表現された範囲を不等式で表現することを確認したところ、理解の程度は概ね良好であった。その後、ワークシート①を配布し、不等式の解法１についての学習に取り組ませた。

導入となる「$x \geqq 4$」について右のような解答があった。多くの生徒は「4、5、6、7」と解答したが、中には「7、10、14、100、…」等の数字を選んだ解答もあった。また、言葉による表現も「xは４以上」という解答がほとんどで、数名の生徒は「4 より大きい」、「5 以上」という解答であった。授業中に確認できた生徒については、個別に指導した。

生徒の主な解答



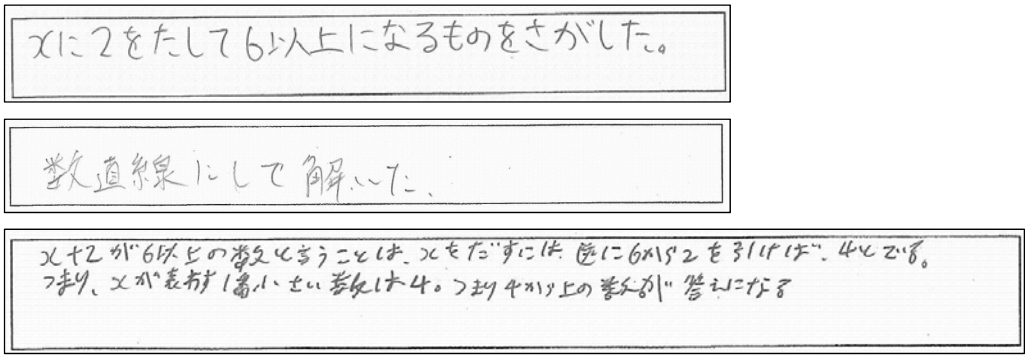
また、「$x+3 \geqq 5$」についても、多くの生徒が「2、3、4、5」と解答したが、この問題でも、中には「7、8、9、10、…」等の数字を選んだ解答もあった。言葉による表現も「xは 2 以上」という解答が多かったが、境界の数である「2」が思い浮かばなかった何人かの生徒は、「xは 3 以上」、「xは 4 以上」と解答していた。この活動から、生徒は境界の数字を見つけ出すことが重要であることに気付いたようである。



これらの活動を通して、不等式の解が方程式の解と異なり範囲を求めることであることを実感したようである。ただし、xを具体的な整数として考えたので、範囲ではなく複数の数字が解になると錯覚してしまった生徒もいた。数直線上に解を表現することで、再度説明し直し、不等式の解について確認した。

次に、問１に取り組ませ、その解き方を言葉で表現させた。等式の性質と同様に「移項して解いた」と表現した生徒も数名いたが、下のような記述が多かった。２つの例の解法をもとにして、境界の点を探し、不等式を満たす x を具体的に考えていたようである。

生徒の主な記述



ここまでの結果をもとに、座席が近い生徒４人を１つのグループとして、「不等式を解く際にどのような性質があるか」を話し合わせた。多くのグループで、すぐに「方程式と同じように移項することができる」という結論に達した。しかし、「両辺に同じ数を加えても、両辺から同じ数を引いても不等式が成り立つ」という結論を導くことはできなかった。そこで、再度考えさせたところ、「足したり、引いたりしたものは移項できる。」という意見がすぐに出された。それを、問１のまとめとして記入させた。

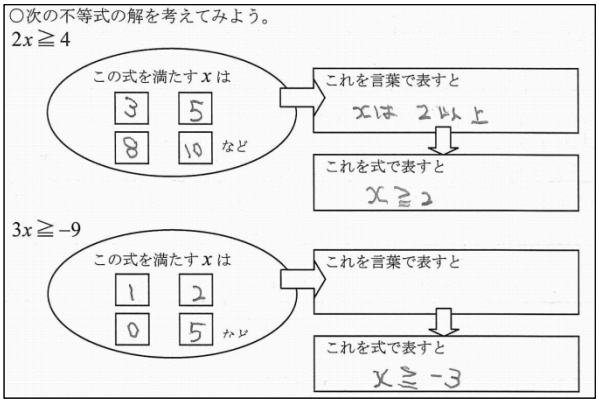
（２）不等式の解法２

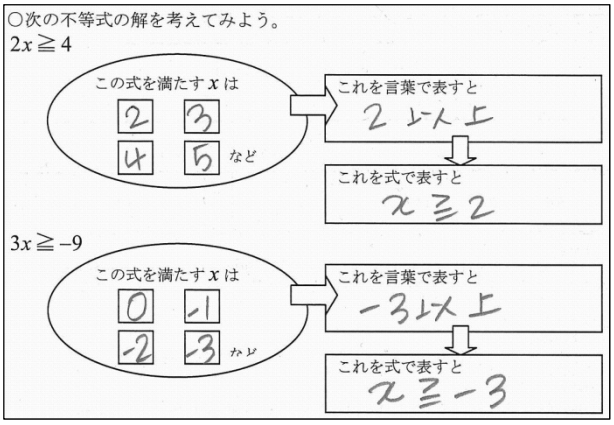
続いてワークシート②を配布し、不等式の解法２についての学習に取り組んだ。不等式の解法２では、両辺を同じ正の数で割れることに気付かせることをねらいとしている。

不等式の解法１で解法に慣れた生徒にとっては、それほど抵抗がないものと考えていたが、特に「$3x \geqq -9$」を満たす x の値を考えることが難しかったようである。小さい数（−3）から順に並べることができない生徒が多く、なかには負の数を考えることができなかった生徒もいた。不等式を満たす x の値を正確に求めることができない生徒も、両辺を３で割ることができると考えて不等式の解を導いていた。

授業では、不等式を満たす x の値を確認しながら、丁寧に指導した。

生徒の主な解答

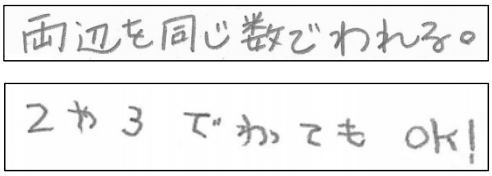




解を確認した後に、この２つの不等式の解から分かることはどんなことかをクラス全体に問いかけた。多くの生徒が、「両辺を同じ数で割ることができる」ことに気付いていた。しかし、それが正の数の場合だけであることに気付いた生徒はいなかった。

その後、問２に取り組ませ、さらに、不等式の性質まで考えさせた。ほぼすべての生徒が性質まで記入することができた。多くの生徒が右のように、「両辺を同じ数でわれる」と記入していたが、具体的な数「2 や 3 や 5 でわれる」と記入していた生徒もいた。不等式の解法３において不等式の性質を考える際の大きなヒントになると考えた。

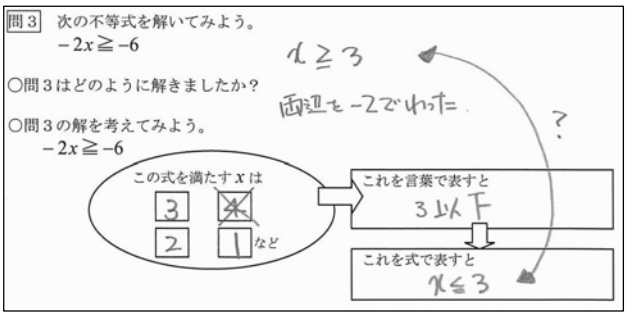
生徒の主な記述



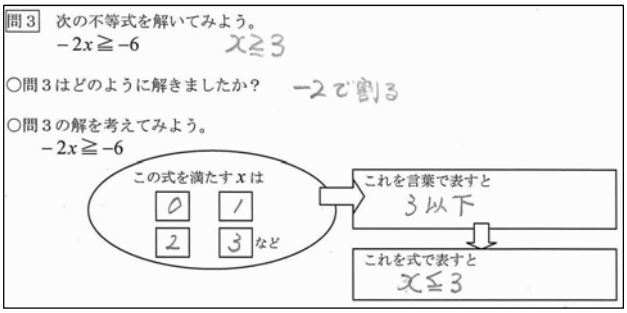
（３）不等式の解法３

ワークシート③を配布し、不等式の解法３についての学習に取り組んだ。ここでは、不等式の解法２で気付いたことを使って、不等号の向きが変わらずに解く生徒が大多数ではないかと予測したが、そのとおり「$-2x \geqq -6$」の解を「$x \geqq 3$」と記述する生徒しかいなかった。また、どのように解いたかという問いかけに対しては、「両辺を－2 で割った」と答える生徒しかいなかった。

生徒の主な解答



そこで、不等式の解法２までと同様に不等式を満たす x の値を考えさせた。すると、多くの生徒が「両辺を－2 で割った」解法で得た答えとの違いに驚き、どうしてそうなるのかを不思議がった。



不等式の解法２と同様に考えた解と不等式を満たす x の値を考えた解とが違うことについて何が違うのか、そして、そこから得られる不等式の性質について、前時同様、座席が近い生徒４人を１つのグループとして、考えさせた。次に示すものは、そのときのあるグループのやりとりである。

A：何でさっきと違うの？
B：分からない。でも、みんな違うんだから違うよね。
C：先生は、何が違うのか考えてみなさいって言っていたよね。何が違うの。
A：同じように割っているだけだけど。
D：そうか、さっきは 2 とか 3 とか 5 で割ったけど、今度は、－2 で割っているよ。
B：そうだけど…。
A：そうか、さっきはプラスの数で割ったけど、今度はマイナスの数で割ってんだ。
C：方程式の時はプラスで割ろうが、マイナスで割ろうが、同じだったけど、不等式では違うんだ。
B：本当にそうかな？
D：その下の問４をやってみればいいんじゃない。
A：$-3x \geqq 6$ では、どうなるだろう。
B：普通に解けば、$x \geqq -2$ だけど…。
C：でも、具体的な x を考えると、－2 や－3、－4 だから、答えは $x \leqq -2$ になりそうだよ。
A：とういことは、やっぱりマイナスで割ると向きが反対になるんじゃない。

このグループでは、不等式の解法２との違いを考え、割る数の符号に着目することができた。また、本当にそうなるのかどうかを検証するために、自ら問４に取り組んだ。そのことで、自分たちの考えが正しいことを確認することができた。

授業では、いくつかのグループは割る数の符号に気付くことができたが、気付かないグループもあった。気付かなかったグループには、教師が助言を与えることで、すべてのグループで気付くことができた。この後、問４に取り組ませ、答えを確認した後に、不等式の性質のまとめを行った。

（４）小テスト、振り返りシートによる授業の評価

２時間目の授業の最後に、小テストと振り返りシートの記入を行った。実施人数は、２クラス 47 名である。

①小テストの結果について

小テストは、授業で取り組んだ不等式の解法をそのまま生かせる問題を 10 題出題した。その問題と結果は以下のとおりであった。

問　　題		正答率	主な誤答
1	$x-3>0$	89.4%	$x<3$（2 名）　他
2	$x+5<7$	95.7%	$x>2$　他
3	$x-4\leqq 2$	95.7%	$x\geqq 6$　他
4	$x+1\geqq -7$	85.1%	$x\geqq -6$（4 名）
5	$5<-x+8$	87.2%	$x>-3$（2 名）、$x<-3$　他
6	$6x\geqq -12$	93.6%	$x\leqq -2$　他
7	$-7x\leqq 21$	74.5%	$x\leqq -3$（9 名）、$x\geqq 3$　他
8	$-3x>-9$	85.1%	$x>3$（4 名）、$x<-3$（2 名）　他
9	$\frac{1}{2}x<1$	85.1%	無答（5 名）　他
10	$-0.4x\geqq -1.2$	80.9%	$x\geqq 3$（3 名）、$x\leqq 0.3$（2 名）、無答（2 名）他
合　　計		87.7%	

小テストでは、正答率の平均は 87.7%であった。日頃の学習状況を考えると、おおむね満足いく結果を得ることができた。しかし、７の「$-7x\leqq 21$」の正答率が 74.5%であったのは残念であった。７ができない生徒でも、８の「$-3x>-9$」ができている生徒が多く、ほとんどの生徒は不注意で不等号の向きを反対にすることを忘れてしまったようである。再度注意を促す必要がある。また、９の「$\frac{1}{2}x<1$」や 10 の「$-0.4x\geqq -1.2$」は、分数や小数が含まれていて、しかも、授業では扱わなかったので、あまり正答率が高くないと予想したが、それに反して、多くの生徒が正答を導くことができていた。特に、10 は、小数が含まれ、さらに、負の数で両辺を割らなければならない問題であったが、47 名中 38 名の生徒が正答を導くことができていた。不等式の性質を自分たちで導き出したことが、この結果に結びついたと考えられる。

②振り返りシートの記入状況について

振り返りシートでは、「不等式を解く上で分かったこと」、また、「今日の授業を通して分かったこと」を書かせた。

「不等式を解く上で分かったこと」としては、多くの生徒が、「両辺を負の数で割ったり、

かけたりすると、不等号の向きが逆になる。」ということを挙げていた。次に多かったのは、「解き方が方程式と似ている」ということであった。生徒によって表現方法は異なるが、生徒自らが導き出した不等式の性質を理解したようである。生徒の記述内容の主なものには次のようなものがあった。

生徒の主な記述

解き方は方程式と同じで負(−)で割ったりかけたりする時だけ不等号の向きは変わる。

両辺を負の数で割ったりかけたりすると不等号の向きが逆になる。

正の数の場合、両辺を正の数で割ったりかけたりしても不等号の向きは変わらないが
負の数の場合、両辺を負の数で割ったりかけたりしたら不等号の向きがかわる。

また、「今日の授業をとおして分かったこと」としては、「いつもは先生から教えられた方法で解くだけであったが、自分たちが見つけた方法で不等式を解くことができた。うれしかった、楽しかった。」という回答が目立った。回答を読んでいて、多くの生徒が「自分たちで数学に取り組んだ」と実感していることが読み取れた。中には、次の回答のように、小学校、中学校の時には数学に対して苦手意識を持っていた生徒が、「数学は楽しい」という感想を書いた。今後とも、すべての生徒にこのような感想を持ってもらえるような授業を展開していかなければならないと感じた。

生徒の主な記述

数学はたのしい!!
数学はもんだいがとけたときの「分かった!」とひめいたときが一番好き

最初から出来ないとあきらめずにやれば、すこしずつヒントが自分の中からでてきて問題がとけることが分かったので数学が少しずつ楽しくなってきました。

4　実践を振り返って

毎年、不等式の指導をする際に、不等式の性質を数直線等を使って説明し、その性質を使って不等式を解く際に、数直線を使って同じように説明できないことに疑問を感じていた。この実践後、振り返ると、不等式の性質は数の大小関係を使って説明するのに対して、不等式の解法は範囲を表す不等式であることから、説明できないのは当然であった。

そこで、今回の取組では発想を変え、説明できないならば、不等式の性質を説明せずに、不等式を解いていく中で、不等式の性質を生徒自身に導き出させようと考えた。例年は、教師自身が疑問を抱いた状態での授業だったためか、授業中の生徒の取組もあまりよくなく、理解度も、定着度も低かった。しかし、この実践では、授業中の生き生きとした生徒の目が印象的であった。そして、通常であれば、「小テストをする」と言ったときにはとても嫌そうな顔をする生徒が、一生懸命小テストに取り組んでいた。そして、間違った箇所があるととても悔しがっ

ていた。間違った理由を自分自身で納得する様子が見られただけでなく、その後の学習に対する意欲の高まりが感じられた。取組の様子だけではなく、小テストの結果からも例年より理解度が高いことがうかがえる。

説明されたことを使って問題を解くだけでは、「数学が分かる」までには至らないことが多い。特に、家庭学習が十分でない生徒たちにとっては、授業の中でどれだけ分かるかが重要である。そのためには、授業の中で生徒自身が数学の性質を導き出したり、解法を導き出したりする活動を取り入れ、「自分が考えたこと」、「自分が見つけたこと」を実感させることが大切である。これが、「分かる授業」を実践していく大きなポイントである。

生徒の感想にある「分かった！とひらめいたときが一番好き」、「ヒントが自分の中から出てきて問題が解けることが分かったので、数学が少しずつ楽しくなってきた」という言葉を糧に、さらに指導の工夫を重ねていく必要がある。

＜参考文献＞

高等学校学習指導要領解説　数学編・理数編　文部科学省　平成 11 年 12 月
高等学校学習指導要領解説　数学編　文部科学省　平成 21 年 7 月
高等学校教科指導の充実「『範囲の概念』の形成を促す指導の工夫」
栃木県総合教育センター　平成 19 年 3 月