実験Ⅲ　「風船を使って音の屈折を調べよう」

1　実験のねらい

空気と音速の異なるガスを封入した風船が、音を収束させたり発散させたりする様子を調べることにより、音の屈折に関する理解を深める。

2　準　備

（1）ゴム風船または紙風船

（2）二酸化炭素、HFC-152a、ヘリウムが封入されたボンベ

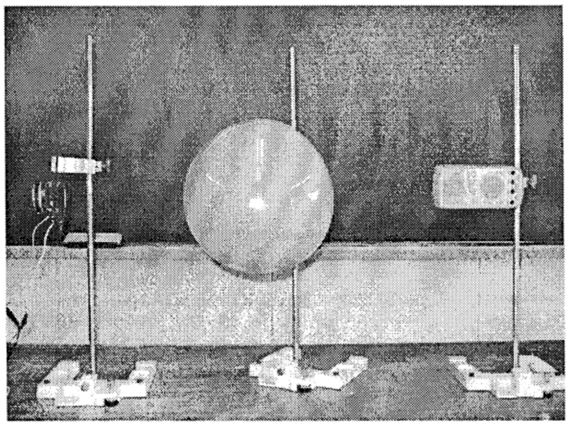
（3）騒音計（デジタルマルチメータ）

（4）低周波発信器、オーディオアンプ、スピーカー

（二酸化炭素、ヘリウムのボンベと風船）

（騒音計とHFC-152aが成分のエアーダスター）

3　実験の手順



（1）低周波発振器からの正弦波信号をオーディオアンプで増幅して、スピーカーから出力し、その音を空気の入った風船に入射させる。風船の反対側に騒音計を置き、風船を透過してきた音の大きさを計測できるようにしておく。

（2）騒音計の位置を、水平方向、鉛直方向に移動させながら音の大きさを測定し、その結果をグラフに表す。

（3）風船の中の気体を、次の①、②、③に変え、上記（2）と同様の実験を繰り返す。

①二酸化炭素

②ヘリウム

③HFC-152a（エアーダスター等に用いられているガスで、正式名称は1,1-ジフルオロエタン）

4　原理

図１のように、気体Ⅰと気体Ⅱが均等な厚みのゴム膜で隔てられていて、音波が気体Ⅰからゴム膜に入射角 θ_1 で入射するとき、音波は気体Ⅰとゴムの境界面及びゴムと気体Ⅱの境界面で屈折する。この２回の屈折における屈折角を θ' 及び θ_2 とし、気体Ⅰ中の音速を V_1、ゴム膜中の音速を V'、気体Ⅱ中の音速を V_2 とすると、

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta'}=\frac{V_1}{V'}\ 、\ \frac{\sin\theta'}{\sin\theta_2}=\frac{V'}{V_2}$$

これらの両辺をかけると、

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=\frac{V_1}{V_2}$$

したがって、θ_1 と θ_2 の関係は、ゴム膜の影響を受けず、V_1 と V_2 の比によって決まることが分かる。

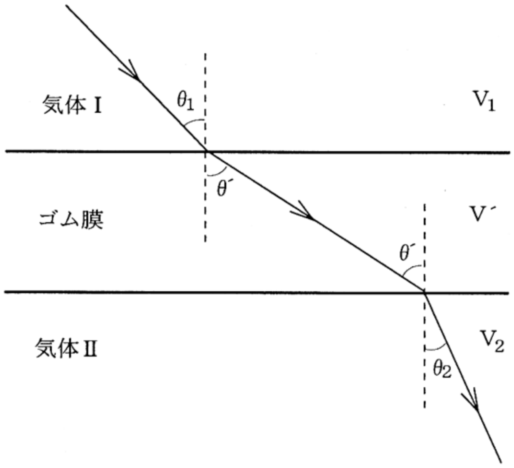


図１

このことから、図２のように、音波が空気からガス風船（球形と見なす）に入射し、再び空気中に出て行くときの振れの角 δ を定めると、

$$\delta=(\theta_1-\theta_2)+(\theta_1-\theta_2)$$
$$=2(\theta_1-\theta_2)$$

また、

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=\frac{V_1}{V_2}$$

より、$V_1>V_2$ のときは、
$\theta_1>\theta_2$ であり、$\delta>0$

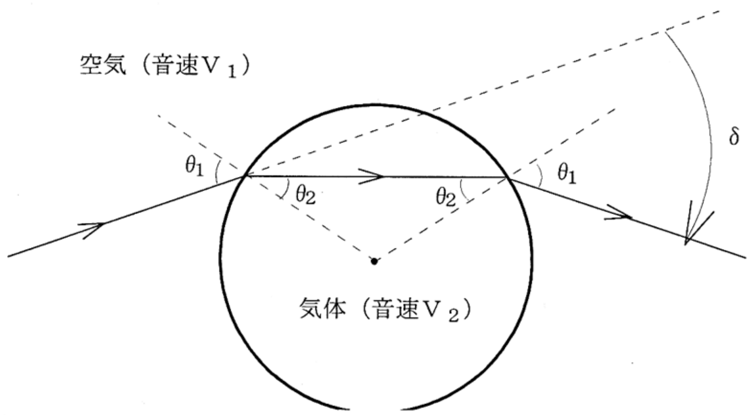
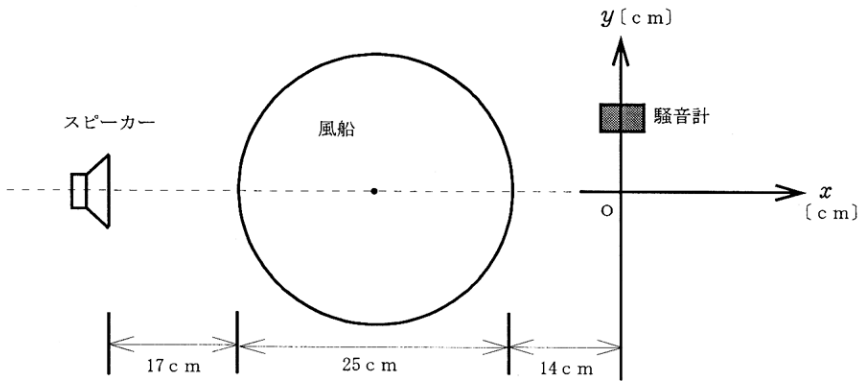


図２

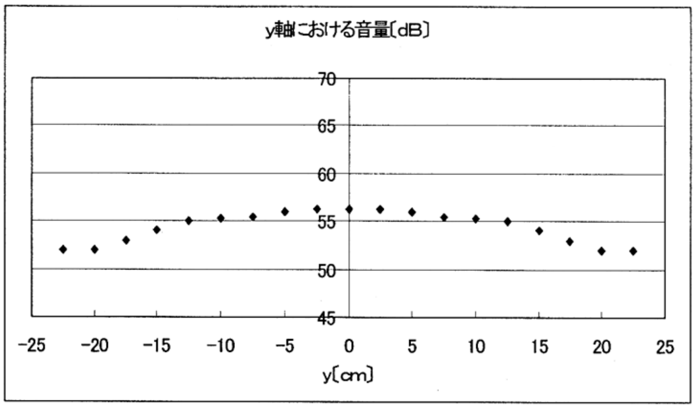
したがって、風船に封入したガス内の音速が、空気中の音速より小さい場合、風船は、光に対する凸レンズのように、音を集める働きがあることが分かる。逆に、風船に封入したガス内の音速が、空気中の音速より大きい場合は、風船は光に対する凹レンズのように、音を発散させるように働く。

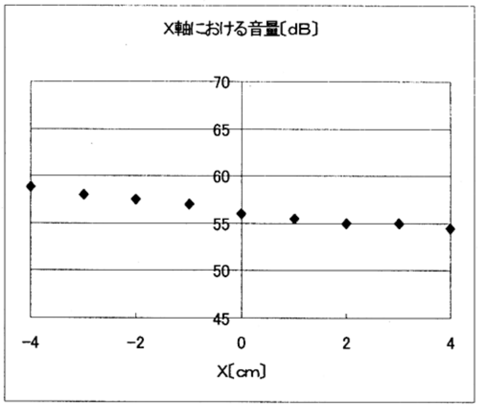
5　実験結果の例



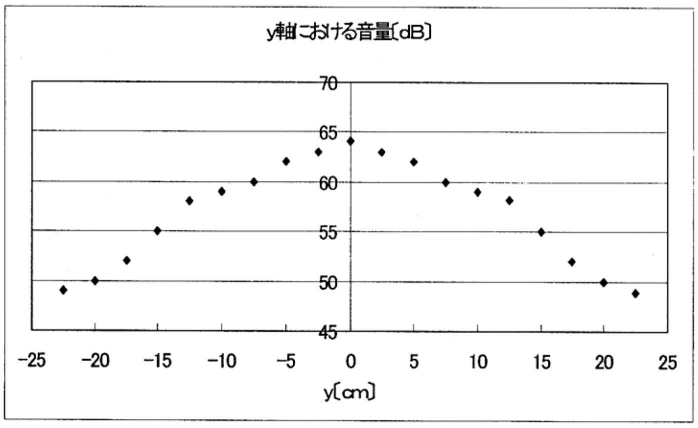
図のように、風船とスピーカーを配置し、騒音計を x 軸、y 軸に沿って動かしたときの騒音計の読み〔dB〕を表すグラフを以下に示す。

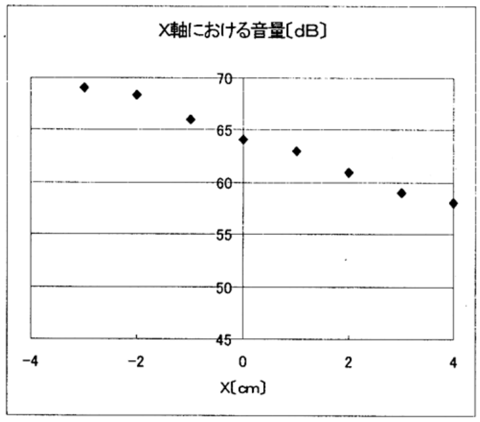
（1）風船の中身が空気のとき



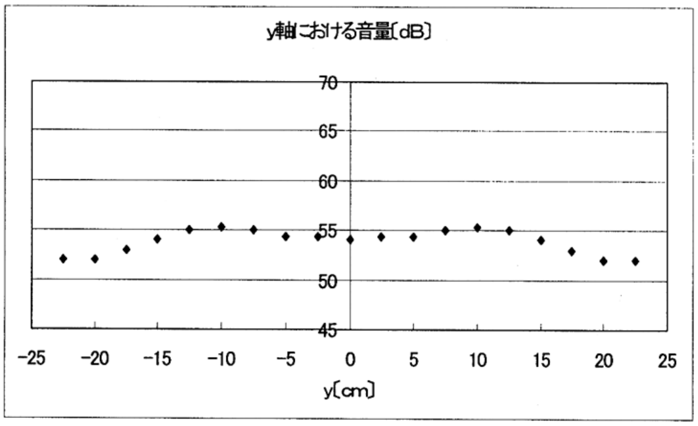


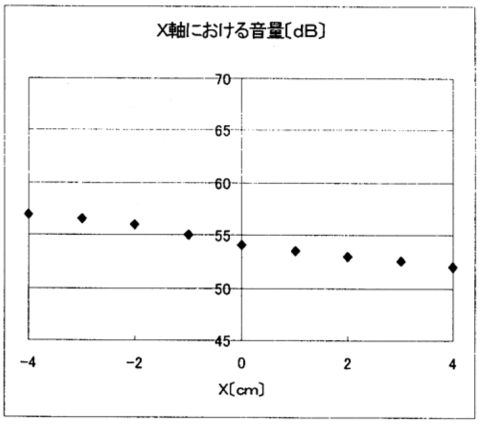
（2）風船の中身がHFC-152aのとき





（3）風船の中身がヘリウムのとき





以上の結果より、空気を封入した風船と比較して、HFC-152aガスを封入した風船は、音を集める働きをもつことが確認できる。このことから、HFC-152aガス中の音速は、空気中の音速より小さいことが分かる。一方、ヘリウムガスを封入した風船は、わずかではあるが、音を発散させる働きをもつことが確認できる。このことから、ヘリウム中の音速は、空気中の音速より大きいと考えられる。

6　音速について（興味・関心の強い生徒への説明）

（１）音速の理論式

物質を伝わる縦波（疎密波）の速さvは、その物質の密度ρと体積弾性率とよばれる定数Kを用いて、$v=\sqrt{\dfrac{K}{\rho}}$

という式で表されることが分かっている。体積弾性率とは、簡単に言えば物質を圧縮するときの縮みにくさの程度を表すもので、例えば圧力Pのとき、体積がVである気体の圧力を変化させ、$P+\Delta P$としたときに、体積が$V+\Delta V$となったとすると、この気体の体積弾性率Kは次の式で表される。

$$\triangle P=-K\frac{\triangle V}{V}\ \cdots①$$

このことを用いて、気体を伝わる音の速さを求めてみよう。nモルの理想気体が、温度T、圧力P、体積Vの状態から、温度$T+\Delta T$、圧力$P+\Delta P$、体積$V+\Delta V$の状態に変化したとする。ただし、この状態変化は音の通過に伴って起こるものとすると、外部との熱のやりとりのない断熱変化と考えられる。したがって、定積モル比熱C_vと定圧モル比熱C_pの比である$\gamma=C_p/C_v$を用いて、

$$PV^{\gamma}=(P+\triangle P)(V+\triangle V)^{\gamma}\quad \therefore P+\triangle P=P\times\left(\frac{V}{V+\triangle V}\right)^{\gamma}$$

という関係が成り立つ。ここで、通常、音の通過に伴う気体の体積変化は極めて小さいことを考慮すると、

$$P+\triangle P=P\times\left(1+\frac{\triangle V}{V}\right)^{-\gamma}\fallingdotseq P\times\left(1-\gamma\frac{\triangle V}{V}\right)$$

$$\therefore\ \triangle P\fallingdotseq -P\gamma\frac{\triangle V}{V}\ \cdots②$$

という近似式が成り立ち、①と②の式を比較すると体積弾性率Kは、$K=P\gamma$ と表される。

ここで、この気体の質量をmとすると、$\rho=\dfrac{m}{V}$ であるから音速vは、気体の平均分子量をM、気体定数をRとすると、

$$v=\sqrt{\frac{K}{\rho}}=\sqrt{P\gamma\cdot\frac{V}{m}}=\sqrt{\frac{P\gamma}{m}\cdot\frac{nRT}{P}}=\sqrt{\frac{\gamma RT}{m}\cdot\frac{m\times10^3}{M}}=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}\times10^3}$$

と表される。ここで、気体の温度がt℃で、室温程度であるものと仮定し、$|t|\ll273$ として近似を行うと、

$$v=\sqrt{\frac{\gamma R\times(t+273)}{M}\times10^3}$$

$$=\sqrt{\frac{\gamma R\times273}{M}\times10^3}\times\left(1+\frac{t}{273}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\fallingdotseq\sqrt{\frac{\gamma R}{M}\times273\times10^3}\times\left(1+\frac{t}{2\times273}\right)$$

という理論式が得られる。

（２）様々な気体の音速

空気、ヘリウム、二酸化炭素、HFC-152aガスの中を進行する音の速さv_A、v_H、v_C、v_Dの値を、上の理論式を用いて求めてみよう。

①空気

窒素（分子量28.0）と酸素（分子量32.0）が、体積比４：１で混合した気体と考えると平均分子量Mは、　$M=\dfrac{4\times28.0+32.0}{4+1}=28.8$

であり、窒素、酸素を２原子分子の理想気体と見なすと、定積モル比熱は、$C_V=\dfrac{5}{2}R$ 、定圧モル比熱は、$C_P=C_V+R=\dfrac{7}{2}R$ と考えられるので、比熱比 $\gamma=\dfrac{C_P}{C_V}=\dfrac{7}{5}=1.4$ を用いて音速v_Aを求めると、

$$v_A=\sqrt{\frac{1.4\times8.31\times273}{28.8}\times10^3}\times\left(1+\frac{t}{2\times273}\right)=332+0.6t\quad[\mathrm{m/s}]$$

と表され、この結果は教科書にある関係式 $v=331.5+0.6t$ と良く一致する。

②ヘリウム

単原子分子から成る理想気体と見なすと、定積モル比熱C_V、定圧モル比熱C_Pはそれぞれ、　$C_V=\frac{3}{2}R$　、$C_P=C_V+R=\frac{5}{2}R$

であるから、比熱比γは、

$$\gamma=\frac{5}{3}=1.67$$

と考えられる。このγの値と、分子量M=4.0を用いてt℃のときの音速v_Hを求めると、

$$v_H=\sqrt{\frac{1.67\times8.31\times273}{4.0}\times10^3}\times\left(1+\frac{t}{2\times273}\right)=973+1.8t\ \ [\mathrm{m/s}]$$

となる。この式を用いると、例えば0℃のときの音速は、973〔m/s〕であるが、この結果は、理科年表（2005年度板）のデータ、970〔m/s〕と良く一致する。

③二酸化炭素

一般に、３原子以上の分子から成る気体の定積モル比熱については、理論的に求めるのは難しいので、理科年表のデータを用いて計算する。

二酸化炭素の比熱比γは、理科年表（1982年度板）のデータによると、

$\gamma=1.30$　（16℃のとき）

である。この値と、分子量M=44.0を用いて音速v_Cを求めると、

$$v_C=\sqrt{\frac{1.30\times8.31\times273}{44.0}\times10^3}\times\left(1+\frac{t}{2\times273}\right)=259+0.5t\ \ [\mathrm{m/s}]$$

という式が得られる。この式を用いて0℃のときの音速を計算すると、259〔m/s〕となるが、この値は理科年表（2005年度板）のデータ、258〔m/s〕と良く一致する。

④ HFC-152a（1,1-ジフルオロエタン）

この気体の比熱比は、理科年表に記載されておらず、知ることができなかった。そこで、以下のように、この気体中の音速の範囲を推定する。

エネルギー等分配の法則によると、※自由度fの分子１個がもつエネルギーは、

$\frac{RT}{2N_A}\times f$（ただしN_Aは、アボガドロ数）

と表されることが分かっている。したがって、１モルの気体の温度をΔTだけ変化させるときの内部エネルギーの変化ΔUは、$\Delta U=\frac{R\Delta T}{2N_A}\times fN_A=\frac{1}{2}fR\Delta T$

であるが、定積変化の場合、熱力学の第一法則より、$\Delta U=Q+w=C_V\Delta T$ であるから、　$\frac{1}{2}fR\Delta T=C_V\Delta T$　$\therefore C_V=\frac{1}{2}fR$

という関係が得られる。HFC-152aは、構造式で CHF_2-CH_3 と表される８原子分子であるから自由度は少なくとも６より大きいと考えられ、比熱比γの範囲は、

$$\gamma=\frac{C_P}{C_V}=\frac{C_V+R}{C_V}=1+\frac{R}{C_V}<\frac{4}{3}\qquad\therefore 1<\gamma<1.33$$

と推定できる。また、分子量はM=66.1であり、空気（γ=1.4、M=28.8）と比較すると、γの値は、0.71～0.95倍であり、分子量は2.3倍である。（１）の音速の近似式により、音速はγの平方根に比例し、Mの平方根に反比例することが分かるが、

$$\sqrt{\frac{0.71}{2.3}}=0.55\text{、}\sqrt{\frac{0.95}{2.3}}=0.64$$

であるから、常温におけるHFC-152aガス中の音速v_Dは、空気中の約0.6倍と考えられる。

※自由度とは、その分子の配置を決めるのに必要な座標の数で、単原子分子は、その位置を表すのにx、y、z（デカルト座標の場合）の３つ座標が必要だから、自由度は３である。２原子分子の場合は、その重心の位置を表すのに必要な３つの座標の他、２原子を結ぶ軸の回転角を表すのに、例えば、その軸の$x-y$平面への射影とx軸との角θ、その軸とz軸との角ϕが必要であり、したがって、自由度は５である。３原子分子（直線状の分子でない場合）では、２原子分子の場合の自由度５の他に、２原子を結ぶ軸のまわりの回転角の自由度が加わり、自由度は６となる。