

栃木の子どもの学力向上を図る授業改善プラン

—中学校・数学科— vol. 2

平成 17 年 9 月 栃木県総合教育センター

平成 16 年度教育課程実施状況調査（中学校第 2 学年段階の内容）のペーパーテスト調査結果から、今回は、「数量関係」の領域について、課題とその指導法の改善について述べます。

調査結果からみえた「数量関係」の課題

意識調査の結果から

数量関係の学習内容の理解について

- ・「一次関数の意味と特徴を理解すること」について、「よく分かっている」と回答している生徒は 33.9%です。また、「事象の考察に一次関数を活用すること」について、「よく分かっている」と回答している生徒は 25.1%にとどまっています。このことから、多くの生徒が、一次関数について苦手意識をもっていることが分かります。
- ・「確率の意味を理解することや簡単な確率を求めること」について、「よく分かっている」と 47.5%の生徒が回答しています。

ペーパーテストの結果から

表から式を求める、グラフから式を求める、式からグラフをかくことが十分ではない。

- ・グラフから変化の様子をよみとる問題は 2 問あり、それぞれの通過率は、約 8 割、約 7 割です。
- ・二元一次方程式からグラフをかく問題やグラフから式を求める問題の通過率は、4 割を上回る程度です。
- ・一次関数の式から傾きをよみとる問題の通過率は 4 割で、全国通過率を 1 割以上、下回っています。

これらのことから、一次関数の傾きや変化の割合の意味について、表、グラフ、式からよみとることを十分に理解している生徒が少ないことが分かります。傾き、変化の割合を、表、グラフを用いて考えさせる場면을意識的に設定していくことが必要です。

日常の事象を題材として、関数関係の考え方をを用いて考えることが苦手である。

一次関数の式から具体的な場面を考えることができるかを問う問題の通過率は、4 割に満たない状況です。このことから、授業の中で、初めから抽象性のある事象を扱うのではなく、現実の具体的な事象を取り上げ、それを考察しながら、表やグラフをかいたり、式にしたりすることの大切さを実感させていくことが大切です。

また、導入教材は身近な素材を取り入れた工夫されたものが多くあります。この導入教材を、章末の場面でもう一度振り返り、今まで学習してきたことを用いて、関数的な考え方を育成し、数学的な見方や考え方を深めることが大切です。

確率の意味が十分理解されていない。

- ・ 起こり得る場合の数を求める問題や起こり得る場合を調べる方法について考えることができるかを問う問題の通過率は、6割を超えています。
- ・ 確率の意味を理解しているかを問う問題の通過率は、5割に達していません。

場合の数や確率を求めることはある程度理解されています。しかし、求めた確率がどのようなことを意味しているのか理解していないことが分かります。確率の意味を理解させるために、統計的確率とは、多くの試行回数で、ある事象の起こる割合がある安定した値をとる傾向がみられることを理解させる必要があります。また、数学的確率の意味についても、「同様に確からしい」ということの意味を生徒に理解させることが求められます。

関数の意味理解の指導を大切にしましょう

1 関数の意味理解を深める指導を大切にしましょう

2年生の関数の学習では、1年生の比例の考え方をさらに発展させ、基本的な関数関係の代表的なものとして一次関数を学習し、それを中心として変化の割合などの関数の理解を深めます。さらに、関数の意味を、「・・・と・・・は関数関係にある」、「・・・は・・・の関数である」と定義して学習します。関数関係とは、「関係する二つの数量の一方の値を決めれば他方の値がただ一つ決まる関係」であることを、表やグラフ、式で理解させ、繰り返し指導していくことが求められます。

2 関数を表す式の有用性を感じさせる場面を設定しましょう

小学校における比例の扱いは、簡単な事象の場合について表やグラフで特徴を調べることで学習が終了しています。中学校では、具体的な事象を通して、関数関係を考察すること、さらに、変数を負の数まで拡張し、グラフを座標平面上にかくこと、関数を表すのに文字式が使われることを学習します。しかし、文字式を使うことに抵抗を感じる生徒も多く、ここでは、文字式で関数関係を表すことのよさについて考えてみます。

中学校第1学年の関数の導入では、水槽に水を入れていく事象がよく用いられます。このとき、表が与えられ、この表をいろいろな角度から考えさせ、言葉の式で表現し、 $y = ax$ を導入し、変数、比例定数を定義しています。しかし、このような学習の流れだけでは、なかなか式の有用性を感じることができません。

たとえば、「水槽に水を入れるのに、3分間で60ℓの割合で水が出る水道があります。10分間だけ水道の栓を開くとどれだけ水が入るでしょうか？」という課題に対して、生徒は、 $y = 20x$ の有用性を考えず、1分間当たり20ℓ入るから $20 \times 10 = 200\ell$ と答えを導く生徒がほとんどなのではないでしょうか。

中学校の関数指導としては、 x 分間に入る水の量を y ℓとして、 $y = 20x$ を立式し、 $x = 10$ を代入して、 $y = 200$ を求めさせるように指導したいものです。そのためには、課題提示を工夫することで、生徒に式の大切さを実感させることが大切ではないでしょうか。たとえば、

水槽に水を入れるのに、水道栓を開くと3分間で60ℓの割合で水が出る水道があります。

(1) 水道栓を開いてから、2分後、5分後、7分後、12分後、14分後は、水槽に何ℓの水がたまるでしょうか。

(2) 水槽が、100ℓ、150ℓ、230ℓ、320ℓになるのは、水道栓を開いてから何分後ですか。

このように数多くの数値を与えれば一般的な法則を考え、それを式として表現した方が効率的に数値を求めることができると思います。ここで、 $y = 20x$ を求め、形式的な計算ですべての値を求めることが分かり、式の有用性を実感できるはずです。

3 表、グラフ、式、それぞれのよさを感じさせましょう

右の問題1の本県の通過率は31.5%と低いものでした。通過率が低い原因は、数値が過剰に与えられており、表中から問題を解くために必要な数値を選択することができないことや、 x の係数と変化の割合の意味が理解されていないことがあげられます。2年生の教科書では、変化の割合については、「一次関数 $y = ax + b$ では変化の割合は一定で、変化の割合 $= a$ となる。」とかかれているものが多いわけですが、これがどのようなことを意味しているか、十分に理解されないまま学習が進められているおそれがあります。

このほかにも、式からグラフをかく問題、グラフから式を導く問題等の通過率は、40%台でした。

関数を表現する方法は、表、式、グラフの三つの方法があり、それぞれの表現での意味理解が大切です。同じ概念を違った表現方法で表すことのよさを生徒に感じさせたいものです。

問題1

秀樹さんは、下のような、一次関数を学習したときのメモの一部を見つけました。そこで、このメモから x と y の関係がどのような式で表せるか考えました。

このとき、 y を x の式で表しなさい。

1次関数の

x	1
y	-2 -5

この表から求めた式は $y =$
変化の割合は、-3である。

本県の通過率 31.5% 全国の通過率 37.0%

4 「変化の割合」の意味を理解させましょう

関数の変化の様子をとらえるために、1年生の比例の学習では、対応する量について比の考えを活用したりして、増加するか減少するかで考えてきました。

右のような比例の表をもとに、増減をよみとる指導がよくなされています。しかし、比例定数を求める指導場面では、比の考

x	-1	0	1	2
y	-2	0	2	4

えを用いて求めることが中心で、 $\frac{y}{x}$ が式やグラフで何を意味し

ているか、十分な理解がなされないままに、学習が進んでしまうことがあります。特に、1年生

の段階では、 $\frac{y}{x} = a$ が理解できれば、比例の式を求めることができます。式を求めるだけで指導

を終えるのではなく、 a の意味をグラフや式で確認させる指導が必要になります。

2年生で学習する一次関数では、表から $\frac{y}{x}$ の値をよみとるという考え方では、変化の割合を求

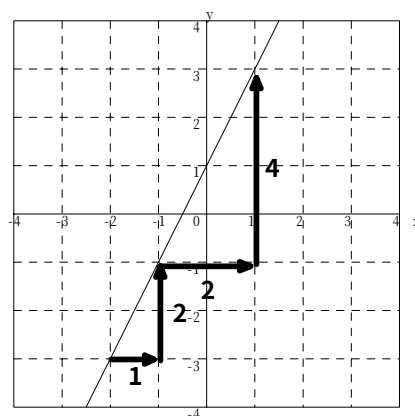
めることができません。一次関数 $y = ax + b$ について、変数 x の値が、 x_1 から x_2 まで $x_2 - x_1$ だけ変化すると、それに伴って変数 y の値も y_1 から y_2 まで変化するとき、変化の割

合 $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ が常に一定になり、一次関数 $y = ax + b$ の a にな

ることをグラフでも理解させましょう。また、変化の割合を、表からよみとることができるように理解させましょう。このことが理解されていれば、一次関数の特徴が理解され、比例 $y = ax$ が一次関数の特別の場合であることの理解が図れます。

また、この変化の割合の考えが身に付いていれば、3年

生で学習する関数 $y = ax^2$ の変化の割合は一定でないことからグラフが直線にならないことが考察できます。



この指導で大切なことは、単に変化の割合を計算式で求めるのではなく、変化の割合を求めることを通して一次関数 $y = ax + b$ や関数 $y = ax^2$ の理解を深めるとともに、「関数の値の変化の割合の意味を理解する」ことを、表やグラフ、式の見方を通して養っていくことです。

5 一次関数の式を多様な考えで考察させましょう

$y = ax + b$ の a については、一次関数の導入段階では、 ax が x に比例する部分として説明されています。また、一次関数のグラフの指導は、 a を傾き、 b を切片として定義します。このとき、傾き、切片の意味については、式だけでなく、式とグラフ、式と表を関連させながら理解させて

いきましょう。表の中から傾きをどのように見つけるか、グラフからどうよみとるか絶えず生徒に質問を投げかけたいものです。

特に、変化の割合では、 x の増加量、 y の増加量という言葉の意味が十分に理解できない生徒がみられます。この言葉を理解させるためには、表やグラフを使い、視覚的に理解させていきましょう。

例えば、表から一次関数の式を求める場合、次のような指導が考えられます。

① x の増加量、 y の増加量に着目して傾きから式を求める。	<table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>y</td><td>-1</td><td>1</td><td>3</td><td>5</td><td>6</td></tr></table>	x	-1	0	1	2	3	y	-1	1	3	5	6
x		-1	0	1	2	3							
y		-1	1	3	5	6							
② $y = ax + b$ に 2 組の x 、 y の値を代入して求める。													
③ 表から切片を読み取り、 $y = ax + b$ に $b = 1$ を代入し、次にもう 1 組の x 、 y の値を代入して求める。													

①の求め方では、 x 、 y それぞれの増加量を、表から求めたり、グラフを作成し、グラフから考えさせたりすること、また、増加量が負になることの意味を理解させていくことも大切です。増加量というと、いつも正になると勘違いする生徒もいますので、増加量の意味を正しく理解させることが必要です。

②の求め方は、ややもすると形式的になりがちです。一次関数のグラフは直線になることから、2組の x 、 y の値を取ることをしっかり考えさせて指導していくことが大切です。

③の求め方では、一次関数の式の傾き、切片を形式的に暗記していれば比較的簡単に求められますが、求めた後に、グラフや表と見比べて、傾き、切片の意味をよく理解させていくことが大切です。

このように、一つの問題に対していろいろな考え方で答えを導くことが求められます。たくさん問題を練習することも大切ですが、一つの問題をいろいろな角度から考えさせることが、数学的な見方や考え方を養う指導法の一つであると考えます。

関数の話からはそれますが、今回の教育課程実施状況調査では、問題の中から、問題を解くために必要な数値を取り出し、解答する問題は低い通過率でした。このことから、問題を解くためにはどんな数値が必要か考えさせる場面を設定していきましょう。

6 一次関数と二元一次方程式の関係を理解させましょう

連立方程式の導入では、二元一次方程式が扱われます。しかし、連立方程式の学習の導入段階での扱いのため、あまり深く学習が行われません。一次関数の章末でもう一度、二元一次方程式を扱うことにより、今までの学習を振り返り、一次関数のよさを感じさせましょう。

二元一次方程式で、 x と y の値の組を求める場合、 x の値を決めると y の値が必ず決まり、 x と y の間には、関数関係があることを理解させることや、 y について変形すると、 y の一次関数になることから、等式の変形の意味を確認することができます。

また、一次関数の単元のまとめでは、連立方程式を一次関数の考え方をういて、 y について解くことの必要性や、グラフを用いると視覚的に連立方程式の解の意味を理解できることを、今までの「数と式」の内容を確認しながら教師が指導していくことが大切です。

7 導入教材を単元末に振り返りましょう

関数指導の導入教材はいろいろ検討され、日常の場面を想定した身近な教材を用いて関数関係を考察する学習が行われています。関数の学習が終了した時点で、もう一度、導入教材を振り返ってみましょう。そうすることにより、今まで学習してきたことを活用し、表やグラフ、式に表し、関数関係を効率的に考察することで関数の実用性を実感したり、有用性に気付かせることができると考えられます。このような指導を通して、生活の中で関数関係を見つけ出し、表、グラフ、式に表し、その関係を的確に考察できることを実感させましょう。

「同様に確からしい」という意味を理解させましょう

問題2の本県の通過率は45.1%でした。解答類型からイと解答している生徒が、30.0%います。

さいころを投げて1の目が出る確率が $\frac{1}{6}$ ということは、いつでも6回投げるうち必ず1回が1の

目が出るという確定的なことを表す数値でないことをよく理解させる必要があります。さいころを振った場合、多数回の試行の結果を、それぞれの目の出方について整理するとある一定の値に近づくことを理解させることが大切です。このような「大数の法則」をもとにして、事象が起こる程度を表すのに確率が用いられることを理解させましょう。また、正しいさいころを振ると、どの目が出ることも同様に期待されることから、起こり得る確率がどの場合にも同様に期待される。つまり「同様に確からしい」とときには、起こり得る場合の数を数えることによって確率を求めることができることを理解させましょう。

問題2

1の目が出る確率が $\frac{1}{6}$ であるさいころがあります。このさいころを投げるとき、どのようなことがいえますか。次のア～オの中から最も適切なものを1つ選びなさい。

ア 5回投げて、1の目が1回も出なかったとすれば、次に投げるとき必ず1の目が出る。

イ 6回投げるとき、そのうち1回は必ず1の目が出る。

ウ 6回投げると、1から6までの目が必ず1回ずつ出る。

エ 30回投げるとき、そのうち1の目は必ず5回出る。

オ 3000回投げると、1の目はおよそ500回出る。

本県の通過率 45.1% 全国の通過率 48.2%